

Пример: $f(x^3) = (0100 \ 0111)$

Айтеев Альнур 415

1) Найдем СДНФ двумя способами

1) Построим карту Карно и найдем СДНФ

		z	
		0	1
x \ y	0	0	1
	1	0	0
	1	1	1
	0	0	1

$$f(x, y, z) = xy \vee \bar{y}z$$

2) Найдем СДНФ напрямую через таблицу истинности

0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee xyz = (\bar{x} \vee x)\bar{y}z \vee xy(\bar{z} \vee z) = \bar{y}z \vee xy$$

2) Найдем минимальные ДНФ:

	000	001	010	011	100	101	110	111
$K_1 = xy$	0	0	0	0	0	0	1	1
$K_2 = \bar{y}z$	0	1	0	0	0	1	0	0

Получим формульное выражение $K_2 K_1 K_1 = K_1 K_2$. Это сложение соотв. минимальные ДНФ, причем есть минимальные

сложение	ДНФ	ДНФ
$K_1 K_2$	$K_1 \vee K_2$	$xy \vee \bar{y}z$

3) Докажем через свойства функции $f(x, y, z) = (0100 \ 0111)$ что $f = xy \vee \bar{y}z$ — минимальная ДНФ

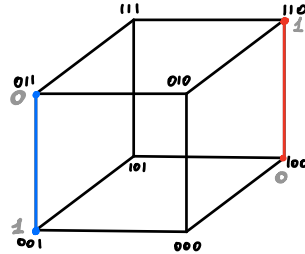
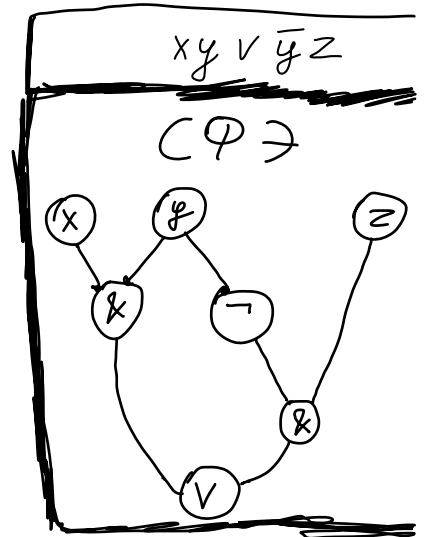
1) $f(x, y, z)$ — монотонка?

Немонотонка $\Rightarrow$ соф. хотя бы одно отрицание

2) 1 отриц. глв элем из мнот $\{x, y, z\} \Rightarrow$
 $\Rightarrow$ схема и рез. ф-я будут бесновмер.

Не содержит глв всегда одной и той же переменной (не может быть 2y)

3) $f(x, y, z)$ - повтораая, т.к. содержит. $f(100)=0$ $f(110)=1$
 $f(001)=1$ $f(011)=0$
 запрещенная таблица



$$f(1, -, 0) = y$$

$$f(0, -, 1) = \bar{y}$$

Задача 1: $f(x, y, z) = (000 \mid 0111)$

$$f(x, y, z) = \bar{x}y z \vee x\bar{y} z \vee x y \bar{z} \vee x y z = \bar{x}y z \vee x\bar{y} z \vee x y \bar{z} \vee x y z = (\bar{x}y \vee x\bar{y})z \vee x y = (x \oplus y)z \vee x y$$

$$= x y \vee y z \vee x z = x(y \vee z) \vee y z$$

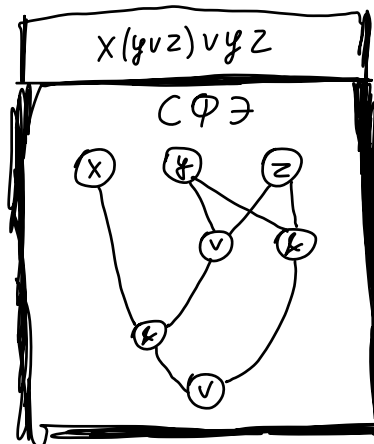
3(⊗) + 2(⊕) 2(⊗) + 2(⊕)

x \ y \ z	0	1
0 0	0	0
0 1	0	1
1 1	1	1
1 0	0	1

xy

xz

yz



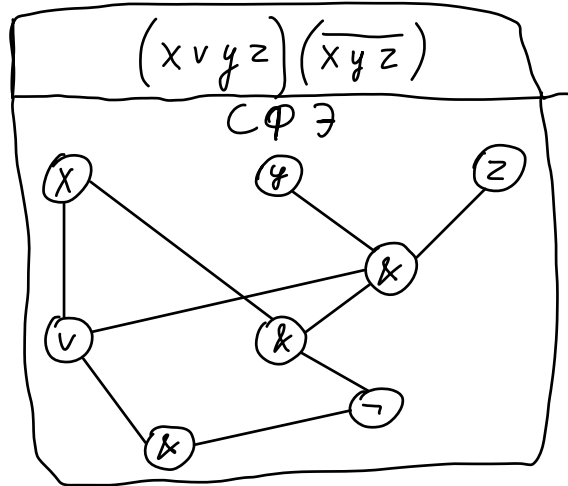
Задача 2: $f(x, y, z) = (0001 \ 1110)$

$$f(x, y, z) = x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}yz = x(\bar{y} \vee \bar{z}) \vee \bar{x}yz = x\bar{y}z \vee \bar{x}yz \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \oplus yz = (x \vee yz)(\bar{x} \vee \bar{y}\bar{z}) = \{\text{покрытие отрицание}\} = \{\text{де Моргана}\} = (x \vee yz)\bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

000	0
001	0
010	0
011	1
100	1
101	1
110	1
111	0

x \ y \ z	0	1	
0 0	0	0	$\bar{x}yz$
0 1	0	1	$x\bar{z}$
1 1	1	0	$x\bar{y}$
1 0	1	1	



Задача 3: $f(x, y, z) = (0111 \ 1011)$

		КАРТА КАРНО		
x	y	z		
		0	1	
0	0	0	1	$x\bar{z}$
0	1	1	1	$\bar{x}z$
1	1	1	1	y
1	0	1	0	

ТАБЛИЦА ИСТИНОСТИ	
000	0
001	1
010	1
011	1
100	1
101	0
110	1
111	1

ТАБЛИЦА КВАЙНА		000	001	010	011	100	101	110	111
$k_1 = x\bar{z}$		0	0	0	0	1	0	1	0
$k_2 = \bar{x}z$		0	1	0	1	0	0	0	0
$k_3 = y$		0	0	1	1	0	0	1	1

• КНФ:

$$f(x, y, z) = (x \vee y \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) = \bar{x}\bar{y} \vee \bar{x}\bar{z} \vee \bar{x}y \vee \bar{x}yz \vee y\bar{x} \vee y\bar{z} \vee yz \vee x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee xyz = (x \vee \bar{x})y \vee \bar{z}(x \vee \bar{x}) \vee yz$$

$$\vee z(\bar{x} \vee y) = y \vee \bar{z}(x \vee y) \vee z(\bar{x} \vee y) = y \vee x\bar{z} \vee y\bar{z} \vee \bar{x}z \vee zy = y(1 \vee \bar{z} \vee z) \vee x\bar{z} \vee zy = x \oplus z \vee y$$

• СДНФ и правило Жешанкина

$$f(x, y, z) = x\bar{z} \vee \bar{x}z \vee y = x \oplus z \vee y$$

• ДНФ Квайна:

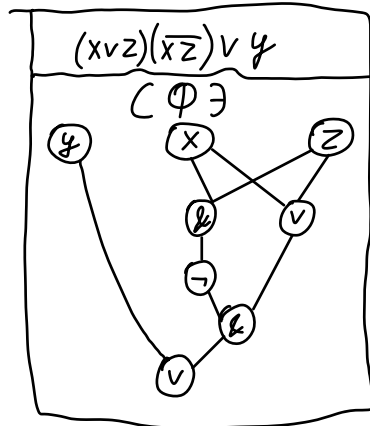
$$k_2 k_3 (k_2 \vee k_3) k_1 (k_1 \vee k_3) k_3 = k_1 k_2 k_3 (k_2 \vee k_3) (k_1 \vee k_3) = k_1 k_2 k_3 (k_1 k_2 \vee k_2 k_3 \vee k_1 k_3 \vee k_3) = k_1 k_2 k_3$$

Словесное	ДНФ	является
$k_1 k_2 k_3$	$k_1 \vee k_2 \vee k_3 = x\bar{z} \vee xz \vee y$	минимальным!

Преобразуем ДНФ в более компактное выражение

$$f(x, y, z) = \underbrace{x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} \vee y}_{2(\neg) + 2(\otimes) + 2(\vee)} = \{де Моргана\} = \{x\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z} = x\bar{x} \vee x\bar{z} \vee \bar{x}z \vee \bar{z}z = x(\bar{x} \vee z) \vee z(\bar{x} \vee \bar{z}) =$$

$$= (x \vee z)(\bar{x} \vee \bar{z}) \vee y = (x \vee z) \bar{x} \bar{z} \vee y\} = \underbrace{(x \vee z)(\bar{x} \bar{z})}_{2(\vee) + 2(\otimes) + 1(\neg)} \vee y$$

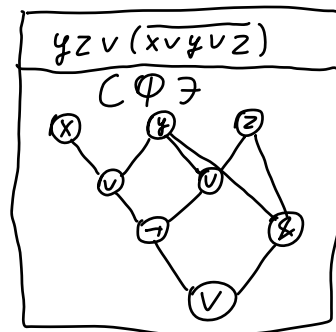


Задача 4: $f(x, y, z) = (1001 \ 0001)$

x	y	z	0	1
0	0		1	0
0	1		0	1
1	1		0	1
1	0		0	0

$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$
 $y\bar{z}$

0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



$$\text{ДНФ: } f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee yz = \{де Моргана\} = \{\bar{x}\bar{y}\bar{z} = \bar{x}(\overline{y \vee z}) = (x \vee y \vee z)\} = yz \vee (x \vee y \vee z)$$

Задача 5: $f(x, y, z) = (0110 \ 1001)$

x \ y \ z	0	1	
0 0	0	1	$\bar{x}\bar{y}z$
0 1	1	0	$\bar{x}y\bar{z}$
1 1	0	1	$x y \bar{z}$
1 0	1	0	$x\bar{y}\bar{z}$

ДНФ

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x y \bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} =$$

$$= \bar{x}[\bar{y}z \vee y\bar{z}] \vee x[y\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}] =$$

$$= \bar{x}[(y \vee \bar{y})(z \vee \bar{z})] \vee x[(y \vee \bar{y})\bar{z}] =$$

$$= \bar{x}[y \vee \bar{y}] \vee x[y \vee \bar{y}]\bar{z} =$$

$$= \bar{x} \vee x\bar{z} = x \oplus (y \oplus z) = x \oplus y \oplus z$$

	000	001	010	011	100	101	110	111
$k_1 = \bar{x}\bar{y}z$	0	1	0	0	0	0	0	0
$k_2 = \bar{x}y\bar{z}$	0	0	1	0	0	0	0	0
$k_3 = xy\bar{z}$	0	0	0	0	0	0	0	1
$k_4 = x\bar{y}\bar{z}$	0	0	0	0	1	0	0	0

Преобразуем формулу для схемы:

$$f(x, y, z) = \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x y \bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} = z(\bar{x}\bar{y} \vee x y) \vee \bar{z}(\bar{x}y \vee x\bar{y}) = \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}\bar{y} \vee x y = (\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee \bar{x}) = (\bar{x} \vee y)(\bar{y} \vee x) = (\bar{x} \vee y)(x \vee \bar{y}) \\ \bar{x}y \vee x\bar{y} = \bar{x}y \vee x\bar{y} \vee x y \bar{y} = \bar{x}(y \vee \bar{y}) \vee x(y \vee \bar{y}) = (\bar{x} \vee x)(y \vee \bar{y}) = (y \vee \bar{y}) \end{array} \right\}$$

$$= z(\overline{\bar{x}y(x \vee y)}) \vee \bar{z}(\overline{\bar{x}y(x \vee y)}) = \left\{ z(\overline{\bar{x}y(x \vee y)}) \vee \bar{z}(\overline{\bar{x}y(x \vee y)}) = (z \vee \bar{z})(\overline{\bar{x}y(x \vee y)}) \right\} = \left[z \vee (\bar{x}y(x \vee y)) \right] \left[\bar{z} \vee (\bar{x}y(x \vee y)) \right]$$

